شیمی نساجی

مقایسه تئوریک مدل کیوبلکا-مانک با مدل چاندراسخار در رنگ همانندی سیستم‌های پشت پوش

مهزیار گرجی[1] | کیوان انصاری[1] | فرهاد عامری[1] | سیامک مرادیان[2]

چکیده

در این مقاله، روشی ریاضی برای تعیین صحت تئوری کیوبلکا-مانک در سیستم‌های رنگ همانندی برای زمینه پشت‌پوش ارائه شده است. بدین منظور از یک روش ارزیابی ابداعانه با استفاده از مقایسه نسبت ضرایب جذب به انتشار در مدل کیوبلکا-مانک و مدل‌های بهبود یافته آن در مقابل نسبت ضرایب جذب به انتشار بنیادی در تئوری کامل (مدل چاندراسخار)، به کار برده شده است. نتایج نشان داد که تئوری کیوبلکا-مانک در صورتی که فرض‌های اولیه آن رعایت شوند می‌تواند در رنگ همانندی سیستم‌هایی با زمینه پشت‌پوش، به‌عنوان مثال در تحقیق‌های مرتبط با چاپ پیگمنتی در نساجی و نیز رنگرزی پارچه، عملکرد صحیحی داشته و دیگر نیازی به سایر معادلات اصلاحی پیشنهاد شده نیست زیرا سایر معادلات بهبود مشخصی را نسبت به معادله کیوبلکا-مانک حداقل برای رنگ همانندی سیستم‌های پشت پوش به دست نمی‌دهند.

۱- مقدمه

معادله معروف کیوبلکا-مانک در سال ۱۹۳۱ بر پایه کارهای شوستر در سال ۱۹۰۵ (که برای مدلسازی انعکاس ابرهای گرد و غبار پشت پوش در اطراف ستارگان صورت گرفته بود) مدل‌سازی شد. پاول کیوبلکا و فرانز مانک این تئوری را در سیستم های نیمه شفاف در صنعت رنگ نیز مدل‌سازی کردند. البته مدل کیوبلکا-مانک تنها رابطه بین انعکاس و ضرایب نوری (شامل ضریب جذب و ضریب انتشار) را بیان می‌کند، بنابراین برای استفاده از آن در صنعت رنگ همانندی و به کارگیری آن برای پیشگویی غلظت مواد رنگزا به یک معادله مکمل نیاز است. دانکن در سال ۱۹۴۰ این معادله تکمیلی را به صورت یک رابطه خطی بین غلظت و ضرایب نوری (شامل ضریب جذب و ضریب انتشار) پیشنهاد کرد، به نحوی که این معادلات بتوانند با استفاده از خاصیت جمع پذیری در مخلوط مواد رنگزا نیز به کار گرفته شوند.

گزارش شده است که مدل کیوبلکا-مانک در علوم و صنایع مختلف نیز به کار برده شده و نتایج مناسبی را بدست آورده است با این وجود مقاله های بسیاری نیز سعی در بهبود معادله و کاربردی تر کردن آن داشته‌اند. در مقاله حاضر عملکرد معادله کیوبلکا-مانک در صورتی که فرضهای اولیه آن رعایت شوند، برای کاربرد در تحقیق های مربوط به رنگ همانندی سیستم‌های پشت پوش همچون چاپ پیگمنتی در نساجی و رنگرزی پارچه بررسی شده است.

۲- تئوری

مدل کیوبلکا-مانک را می‌توان یک مدل دو شارش با یک سری فرض‌های اولیه در نظر گرفت. این فرض‌های اولیه بدین ترتیب در نظر گرفته می شوند:

۱- نور ورودی پراکنده ایده‌آل است.

۲- پدیده انعکاس سطحی نادیده گرفته شده است.

۳- انتشار ذرات ایزتروپ بوده و توزیع زوایای انتشار نور از قانون لامبرت پیروی می‌کند.

۴- زمینه رنگ شده کاملا هموژن است.

۵- پدیده تداخل نور وجود ندارد.

علاوه بر فرض‌های فوق ، آقایان کیوبلکا و مانک برای رسیدن به یک معادله ساده ، روی معادله دیفرانسیلی پیشنهادی اولیه خود، یکسری ساده سازی‌هایی را انجام دادند. لذا منطقی است که این ساده سازی ها موجب یک خطای بنیادی در معادله ساده ارائه شده گردد و بنابراین عملکرد مطلوب بدست نیاید. بدین صورت که بخاطر خطای بنیادی مذکور، ضرایب نوری صحیح از طریق انعکاس نمونه به دست نیاید. لذا نهایتا قابل انتظار خواهد بود که چنین ضرایبی رابطه خطی مناسب با غلظت مواد رنگزا را ایجاد نکند.

در برخی مقاله ها سعی شده است که برای بهبود معادله کیوبلکا-مانک نسبت به حذف ساده‌سازی‌های انجام شده اقدام شود و یا سعی کرده اند که نسبت به اصلاح معادله در مقایسه با معادله‌ای کامل‌تر مانند معادله چاندراسخار کاری صورت دهند از طرفی دیگر برخی از محقیق با استفاده از داده های تجربی، سعی در ایجاد یک رابطه غیر خطی بین ضرایب نوری و غلظت داشته‌اند .

در این مقاله تنها به بررسی و ارزیابی کیفیت معادلات پیشنهادی که بر اساس اصلاح معادله کیوبلکا-مانک ارائه شده اند، پرداخته می‌شود زیرا در خصوص ارزیابی مدل سازی‌های تجربی پیشنهاد شده در مقالات اصولا دو مشکل اساسی دیده می شود: اولا این که معادله اصلاحی محدود به داده‌های آموزشی هستند و لذا تضمینی برای عملکرد درست آنها برای داده‌های آزمون نخواهد بود، دوما در صورت بدست آوردن یک معادله غیر خطی، آن گاه شرط جمع پذیری برای مخلوط مواد رنگی، دیگر رعایت نخواهد شد. به همین جهت عملکرد معادله در مخلوطهای مختلفی از مواد رنگزا ضعیف خواهد بود.

با توجه به این که بررسی عملکرد معادله کیوبلکا-مانک در حالتی که شرایط اولیه آن رعایت شود، در عمل بسیار سخت و تقریبا غیرممکن است، به همین جهت می‌توان عملکرد معادله کیوبلکا-مانک و همچنین معادلات بهبود یافته آن را در مقایسه با معادله چاندراسخار که بعنوان معادله کامل شناخته شده است، بدست آورد. بدین منظور ضرایب جذب و انتشار مجازی به عنوان ورودی معادلات داده شده و مقدار انعکاس نتیجه شده از این معادلات با یکدیگر مقایسه می‌شوند.

MIR TEC
www.mirtecdps.com

جدول ۱: مقایسه خطای معادله‌های پیشنهاد شده از سوی محققین مختلف از جمله معادله کیوبلکا-مانک با معادله چاندراسخار

models	μ_a/μ_s									
	9	1.5	1	0.429	0.25	0.053	0.026	0.01	0.005	0.001
Kubelka-Munk	۲۱,۳٦	۱۸,۳۳	۱۷,۰۹	۱۳,۹	۱۱,۷۳	٦,۳٤	٤,٦	۲,۹۷	۲,۱۳	۰,۹۷
Gate [10]	٦,۸۷	٥,۰۸	٤,۳۹	۲,۸٦	۱,۹۹	۰,٤۷	۰,۲	۰,۰٤	۰	۰,۰۲
Mudgett-Richards [11]	-	٤۸,۰۸	۳۱,۰٦	۱۲,۲٤	٦,۷۱	۱,۱۹	۰,٥٤	۰,۲	۰,۱	۰,۰۲
Graaff [12]	۲۳,٤۳	۱۱,٦٦	۹,۰۹	٤,۹۹	۳,۲٥	۰,۸۲	۰,٤۲	۰,۱۷	۰,۰۹	۰,۰۲
Nobbs [7]	۰,۳۷	۰,۱٥	۰,۰۷	۰,۰۲	۰,۰٤	۰	۰,۰۱	۰,۰۲	۰,۰۲	۰,۰۱

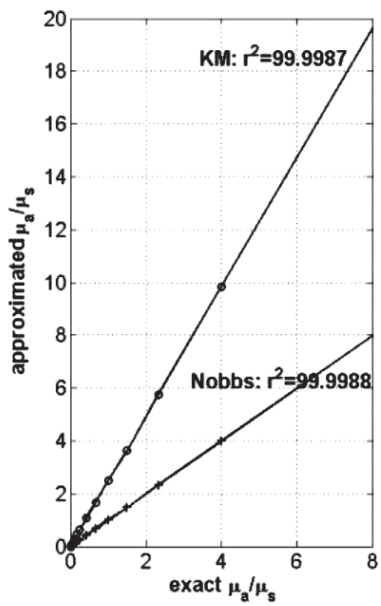
- ضرایب جذب و انتشار بنیادی به ترتیب با μ_a و μ_s نشان داده شده اند.

با توجه به اینکه معادله چاندراسخار در مقالات مختلف به عنوان یک معادله کامل معرفی شده و هیچ گونه ساده سازی ندارد، به همین جهت به عنوان مرجع انتخاب شده است. جدول ۱ درصد خطای انعکاس به دست آمده از معادلات مختلف در مقایسه با معادله کامل چاندراسخار را نشان می‌دهد. مقادیر در این جدول با وارد کردن ضرایب جذب و انتشار یکسان در مدل‌های مختلف و بررسی انعکاس‌های محاسبه شده، بدست آمده‌اند.

با بررسی داده‌های ارائه شده در جدول ۱ مشخص است که عملکرد معادله کیوبلکا–مانک با افزایش جذب، کاهش می‌یابد.

۳- نتایج و بحث

ضرایب نوری بنیادی در صورتی که شرایط اولیه و فرض های آن ها رعایت شوند، باید بتوانند که در یک معادله کامل، رابطه‌ای خطی با غلظت بدست دهند. اما در یک رنگ همانندی صنعتی و آزمایشگاهی، چنین ضرایب جذب و انتشاری از طریق مقادیر انعکاس طیفی نمونه‌های رنگی واقعی به‌دست می‌آیند و به طور مستقیم ضرایب جذب و انتشار قابل اندازه گیری نیستند.



شکل ۱: نسبت ضرایب نوری دو معادله کیوبلکا–مانک و نابز در برابر نسبت ضرایب نوری بنیادی

به همین جهت روش ارزیابی در آنها در جهت معکوس روش بیان شده در جدول ۱ است. یعنی در این روش ضرایب جذب و انتشار از انعکاس بدست آمده و سپس با یکدیگر مقایسه میشوند.

در تحقیق حاضر یک روش جدید برای بررسی عملکرد معادله کیوبلکا–مانک و مقایسه مدل‌های مختلف مطرح شده است. بدین منظور نسبت ضرایب جذب به انتشار معادله کیوبلکا–مانک و مدل های بهبود یافته در مقابل نسبت ضرایب جذب به انتشار بنیادی که از معادله چاندراسخار بدست میآید، رسم میشوند. لذا میزان خطی بودن منحنیهای رسم شده، مقدار صحت معادله مطرح شده نسبت به معادله کامل چاندراسخار را نشان میدهد.

شکل ۱ نتایج نسبت ضرایب نوری مدل کیوبلکا– مانک و نابز (که بهترین عملکرد نسبت به دیگر مدل های بهبود یافته را ادعا کرده بود) در برابر ضرایب نوری بنیادی که از معادله چاندراسخار بدست آمده است را نشان میدهد. نتایج نشان میدهند که معادله کیوبلکا–مانک با دقت بالایی عملکردی مشابه معادله چاندراسخار را دارد و معادله پیشنهادی نابز چیزی بیشتر از دقت معادله کیوبلکا–مانک ارائه نمی دهد.

شکل ۱ نشان میدهد که نسبت ضرایب نوری در معادله کیولکا–مانک و نابز به طور تقریبا مساوی دارای یک رابطه خطی با نسبت ضرایب نوری بنیادی هستند. ($K/S = ۲.۴۶\,\mu_a/\mu_s$ برای مدل کیوبلکا–مانک و $K/S = ۰.۹۹\,\mu_a/\mu_s$ برای مدل نابز)

٤- نتیجه گیری

هدف از این مقاله ارزیابی ریاضی عملکرد معادله کیوبلکا–مانک در صورتی که شرط های اولیه آن رعایت شوند با برخی از معادله‌هایی که اعلام کرده بودند مدل بهتری نسبت به مدل کیوبلکا–مانک ارائه داده اند بوده است. روش ارزیابی نوین ارائه شده برای بررسی عملکرد سیستم رنگ همانندی پشت‌پوش مطرح شد و نتایج نشان داد که معادله کیوبلکا–مانک همچنان صحتی بسیار نزدیک با معادله کامل چاندراسخار در سیستم های پشت پوش که می تواند در رنگ همانندی پیگمنتی در نساجی استفاده شود؛ دارد.

پی‌نوشت:

۱- موسسه پژوهشی علوم و فناوری رنگ

۲- قطب علمی رنگ

MIRTEC
www.mirtecdps.com